1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 3-5 تحديد الدوال الخطية.

الدرس 3-5 فهم المتتاليات الحسابية. ربط المتتاليات الحسابية بالدوال الخطية.

بعد الدرس 3-5 كتابة المعادلات بصيغة تقاطع الميل.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة القسم **لماذا؟** من الدرس.

اطرح السؤال التالي:

- ما النمط الذي تراه في المسافات؟ تزداد المسافات في فواصل منتظمة لكل 400 متر.
- ما النمط الذي تراه في أوقات الفريق؟ يزداد في كل مرة بمقدار دقيقة واحدة و32 ثانية عن الوقت الذي يسبقه.
- كيف يمكنك إيجاد وقت الفريق عند مسافة 2000 متر؟ 6:08 + 1:32 = 7:40

الدرس 3-5

3-5 المتتاليات الحسابية على شكل دوال خطية

السابق

- حددتَ الدوال الخطية.

الحالي

1 افهم المتتاليات الحسابية.

2 اربط المتتاليات الحسابية بالدوال الخطية.

لماذا؟

- خلال سباق التجديف لمسافة 2000 متر، سجل مدرب فريق التجديف الزمن الذي استغرقه الفريق في عدة فترات زمنية منفصلة.
  - عند مسافة 400 متر، استغرق الفريق دقيقة واحدة و32 ثانية.
  - عند مسافة 800 متر، استغرق الفريق 3 دقائق و4 ثوانٍ.
  - عند مسافة 1,200 متر، استغرق الفريق 4 دقائق و36 ثانية.
  - عند مسافة 1,600 متر، استغرق الفريق 6 دقائق و8 ثوانٍ.

وقد أكملوا السباق في غضون 7 دقائق و40 ثانية.

مفردات جديدة

متتالية (sequence)

حدود المتتالية (terms of the sequence)

متتالية حسابية (arithmetic sequence)

الفرق المشترك (common difference)

ممارسات رياضية

البحث عن التوافق في الاستنتاجات المتكررة والتعبير عنه.

1 فهم المتتاليات الحسابية

يمكنك ربط نمط الزمن الذي استغرقه الفريق بدوال خطية.

المتتالية هي مجموعة أعداد، تسمى **حدود المتتالية**. لها ترتيب معيّن. ابحث عن نمط في المعطيات الخاصة بفريق التجديف النسائي. ارسم جدولاً لتحليل البيانات.

المسافة (m)	400	800	1200	1600	2000
الزمن (min : sec)	1:32	3:04	4:36	6:08	7:40

+ 1:32 + 1:32 + 1:32 + 1:32

بما أن المسافة تزداد في فواصل زمنية منتظمة، فإن الزمن يزداد بمقدار دقيقة واحدة و32 ثانية. وبما أن الفرق بين الحدود المتتالية ثابت، فإنه يطلق عليها **متتالية حسابية**. الفرق بين الحدود يسمى **الفرق المشترك** d.

مفهوم أساسي المتتالية الحسابية

الشرح المتتالية الحسابية هي نمط عددي يزيد أو يقل بمعدل ثابت يسمى بالفرق المشترك.

أمثلة 3. 5. 7. 9. 11. . . . 33. 29. 25. 21. 17. . . .

+2 +2 +2 +2 −4 −4 −4 −4

$d = 2$ $d = -4$

النقاط الثلاثة المستخدمة بعد العدد الأخير تشير إلى أن المتتالية غير منتهية أو للدلالة على وجود المزيد من الحدود في المتتالية لم يتم ذكرها.

189

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

CH03.indb 189 8/20/2016 1:57:31 AM

1 فهم المتتاليات الحسابية

مثال 1 يوضح كيفية تحديد ما إذا كانت المتتالية حسابية أم لا. **مثال 2** يوضح كيفية إيجاد الحد التالي في المتتالية الحسابية. **مثال 3** يوضح كيفية كتابة معادلة للحد n للمتتالية الحسابية لإيجاد أي حد في المتتالية أو لإيجاد عدد الحد في المتتالية.

التقويم التكويني

استخدم تمارين "التمرين الموجه" بعد كل مثال لتحديد مدى فهم الطلاب للمفاهيم.

أمثلة إضافية

1 حدد هل كل متتالية تمثّل متتالية حسابية أم لا. اشرح.

a. $-15, -13, -11, -9, \ldots$

نعم؛ يوجد فرق مشترك وهو 2.

b. $\frac{7}{8}, \frac{5}{8}, \frac{1}{8}, -\frac{5}{8}, \ldots$

لا؛ لا يوجد فرق مشترك.

2 أوجد الحدود الثلاثة التالية للمتتالية الحسابية

$-8, -11, -14, -17 \ldots$

$-20, -23, -26$

نصائح للمعلمين الجدد

البناء على المعرفة السابقة اطلب من أحد المتطوعين العد من الصفر بالتخطي بمعدل رقمين. واطلب من متطوع آخر العد من الصفر بالتخطي بمعدل ثلاثة أرقام. واطلب من متطوع ثالث العد من الصفر بالتخطي بمعدل خمسة أرقام. اشرح للطلاب أنهم عندما يعدّون بمقدار عدد معين سواء كان 1، أو 2، أو 3، أو 5، أو $\frac{1}{8}$، فإنهم يستخدمون متتالية حسابية لأنه يوجد فرق مشترك.

مثال 1 تحديد المتتاليات الحسابية

حدد أي متتالية تمثّل متتالية حسابية. اشرح.

a. $-4, -2, 0, 2, \ldots$

$-4 \quad -2 \quad 0 \quad 2$

$+2 \quad +2 \quad +2$

الفرق بين الحدود في المتتالية ثابت. وبالتالي، فإن هذه المتتالية حسابية.

b. $\frac{1}{2}, \frac{5}{8}, \frac{3}{4}, \frac{13}{16}, \ldots$

$\frac{1}{2} \quad \frac{5}{8} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{13}{16}$

$+\frac{1}{8} \quad +\frac{1}{8} \quad +\frac{1}{16}$

هذه ليست متتالية حسابية. لأن الفرق بين الحدود ليس ثابتًا.

تمرين موجه

نعم؛ تحتوي المتتالية على فرق مشترك مقداره 4.

1A. $-26, -22, -18, -14, \ldots$ **1B.** $1, 4, 9, 25, \ldots$

1B. لا؛ لا تحتوي المتتالية على فرق مشترك.

يمكنك استخدام الفرق المشترك لمتتالية حسابية لإيجاد الحد التالي.

مثال 2 إيجاد الحد التالي

أوجد الحدود الثلاثة التالية للمتتالية الحسابية $-3, 3, 9, 15, \ldots$.

الخطوة 1 أضف 6− إلى الحد الأخير للمتتالية لإيجاد الحد التالي.

$15 \quad 9 \quad 3 \quad -3$

الفرق المشترك هو 6−

الخطوة 2 أوجد الفرق المشترك بطرح الحدود المتتابعة.

$-3 \quad -9 \quad -15 \quad -21$

$-6 \quad -6 \quad -6$

الحدود الثلاثة التالية في المتتالية هي $-9, -15, -21$

$-6 \quad -6 \quad -6$

تمرين موجه

2. أوجد الحدود الأربعة التالية للمتتالية الحسابية $9.5, 11.0, 12.5, 14.0, \ldots$

15.5, 17.0, 18.5, 20.0

نصيحة دراسية

الانتظام لاحظ الانتظام في طريقة تغيير التعابير فيما يخص a_1 و d مع كل حد في المتتالية.

يمكن التعبير عن كل حد في المتتالية الحسابية وفق الحد الأول a_1 والفرق المشترك d.

الحد	الرمز	فيما يتعلق بالرمز a_1 و d	الأعداد
الحد الأول	a_1	a_1	8
الحد الثاني	a_2	$a_1 + d$	$8 + 1(3) = 11$
الحد الثالث	a_3	$a_1 + 2d$	$8 + 2(3) = 14$
الحد الرابع	a_4	$a_1 + 3d$	$8 + 3(3) = 17$
⋮	⋮	⋮	⋮
الحد n	a_n	$a_1 + (n-1)d$	$8 + (n-1)(3)$

مفهوم أساسي الحد n للمتتالية الحسابية

يتم إيجاد الحد n للمتتالية الحسابية باستخدام الحد الأول a_1 والفرق المشترك d بواسطة $a_n = a_1 + (n-1)d$. حيث n هو عدد صحيح.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التعليم المتمايز OL BL

التوسع يمكن برمجة المتتاليات الحسابية في حاسبات التمثيل البياني ويتم عرض النتائج في قوائم. قد يكون من الخيارات الجيدة للمتعلمين المتفوقين أو أولئك الذين يستمتعون باستخدام التكنولوجيا تحديد مكان مجموعة من التوجيهات لبرمجة متتالية معينة أو تطوير درس لزملاء الفصل حول تحليل المتتاليات باستخدام الآلة الحاسبة.

CH03.indb 190 8/20/2016 1:57:32 AM

مثال 3 إيجاد الحد n

اكتب معادلة للحد n للمتتالية الحسابية 0, −4, −8, −12, ...

الخطوة 1 أوجد الفرق المشترك.

−12 −8 −4 0

+4 +4 +4

الفرق المشترك هو 4.

الخطوة 2 اكتب معادلة.

$a_n = a_1 + (n-1)d$	صيغة الخاص بالحد n
$= -12 + (n-1)4$	$a_1 = -12$ و $d = 4$
$= -12 + 4n - 4$	خاصية التوزيع
$= 4n - 16$	حوّل لأبسط صورة

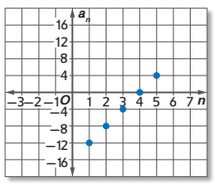
b. أوجد الحد التاسع للمتتالية.

عوض بالرقم 9 عن n في الصيغة الخاصة بالحد n.

$a_n = 4n - 16$	صيغة الخاصة *بالحد* n
$a_9 = 4(9) - 16$	$n = 9$
$a_9 = 36 - 16$	اضرب
$a_9 = 20$	حوّل لأبسط صورة

c- ارسم تمثيلاً بيانيًا للحدود الخمسة الأولى للمتتالية.

n	$4n - 16$	a_n	(n, a_n)
1	4(1) − 16	−12	(1, −12)
2	4(2) − 16	−8	(2, −8)
3	4(3) − 16	−4	(3, −4)
4	4(4) − 16	0	(4, 0)
5	4(5) − 16	4	(5, 4)



d- أي حدود المتتالية هو 32؟

في صيغة الخاص بالحد n، عوض بالعدد 32 عن a_n.

$a_n = 4n - 16$	الخاص *بالحد* n 4.586
$32 = 4n - 16$	$a_n = 32$
$32 + 16 = 4n - 16 + 16$	اجمع 16 على كل طرف
$48 = 4n$	حوّل لأبسط صورة
$12 = n$	اقسم كل طرف على 4

تمرين موجه

ادرس المتتالية الرياضية ... −36, −23, −10, 3, .

3A. اكتب معادلة للحد n للمتتالية. $a_n = -13n + 16$

3B. أوجد الحد الخامس عشر في المتتالية. −179

3C. ارسم تمثيلاً بيانيًا للحدود الخمسة الأولى للمتتالية. **انظر الهامش.**

3D. أي حدود المتتالية هو 114−؟ 10

نصيحة دراسية

الحدود النونية بما أن n يمثل عدد الحد، فإن المدخلات الخاصة بـ n هي الأعداد الصحيحة الموجبة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

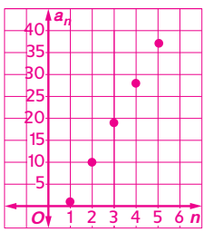
مثال إضافي

3 a. اكتب معادلة للحد n للمتتالية الحسابية 1, 10, 19, 28,

$a_n = 9n - 8$

b. أوجد الحد الثاني عشر للمتتالية. $a_{12} = 100$

c. ارسم تمثيلاً بيانيًا للحدود الخمسة الأولى للمتتالية.



d. أي حدود المتتالية هو 172؟

الحد العشرون

التركيز على محتوى الرياضيات

المتتاليات الحسابية بعد الحد الأول، يمكن إيجاد كل حد من حدود المتتالية الحسابية عن طريق جمع الفرق المشترك. يتم إيجاد الحد n لمتتالية حسابية باستخدام الحد الأول a_1 والفرق المشترك d المعطى بواسطة $a_n = a_1 + (n-1)d$. حيث يمثل n عددًا صحيحًا موجبًا.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

المدونة في مدونة الوحدة الدراسي المؤمّنة، اطلب من الطلاب إدخال كيفية إيجاد حد معين لمتتالية حسابية. تأكد من أن الطلاب يستخدمون قاعدة إيجاد الحد n للمتتالية. اطلب من كل فصل اختيار أفضل شرح لتمثيلهم ونشره على الموقع الإلكتروني للفصل من أجل الرجوع إليه.

تدريس الممارسات الرياضية

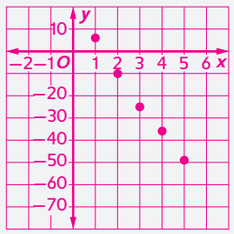
الانتظام يلاحظ الطلاب المتفوقون في الرياضيات تكرار العمليات الحسابية إن وجدت ويبحثون عن الطرق العامة والمختصرة معًا. شجّع الطلاب على البحث عن أنماط في المتتاليات في المثالين 1 و2، قبل تمثيل القاعدة الخاصة بالحد n للمتتالية الحسابية.

انتبه!

تجنب الأخطاء تأكد من تتبع الطلاب بعناية للمتغيرات في الدالة $a_n = a_1 + (n-1)d$ لأنه من السهل التعويض عن المتغير الخاطئ عند استخدام هذه الدالة.

إجابة إضافية (تمرين موجه)

3C.



CH03.indb 191 8/20/2016 1:57:32 AM

2 المتتاليات الحسابية والدوال

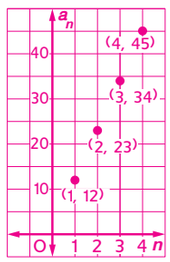
مثال 4 يوضح كيفية حل مسألة من الحياة اليومية عن طريق كتابة دالة وتمثيلها بيانيًا لتمثيل متتالية حسابية.

مثال إضافي

4 الصحف المتتالية الحسابية 12, 23, 24, 45, ... تمثل العدد الإجمالي لوزن حقيبة بالأونصات بعد إضافة كل صحيفة إضافية.

a. اكتب دالة لتمثيل هذه المتتالية. $a_n = 11n + 1$

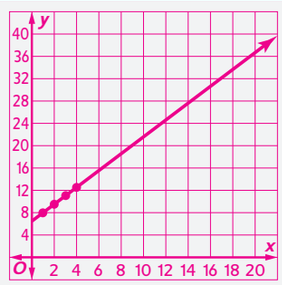
b. مثّل الدالة بيانيًا وحدد المجال.



D = 0، 1، 2، 3، ...

إجابة إضافية (تمرين موجه)

4B.



التعليم المتمايز AL OL BL

إذا يوجد لدى الطلاب اهتمام بالطبيعة،

عندئذ أخبر الطلاب بأننا نرى غالبًا المتتاليات في الطبيعة. اطلب من الطلاب التقاط صور أو البحث عن صور في المجلات أو في التقويمات عن أمثلة للمتتاليات في الطبيعة. وأحد هذه الأمثلة هي المتتالية التي توجد في ترتيب البذور في زهرة الربيع. هذه المتتالية الخاصة تسمى متتالية فيبوناتشي.

2 المتتاليات الحسابية والدوال

الأولى للمتتالية الحسابية على مستقيم. المتتالية الحسابية هي دالة خطية يكون فيها n هو المتغيّر المستقل، بينما a^n هو المتغيّر التابع و d هو الميل. يمكن إعادة كتابة الصيغة في صورة الدالة $f(n) = (n-1)d + a_1$؛ حيث n هو عدد من أعداد الحساب.

في حين أن مجال معظم الدوال الخطية جميعه أرقام حقيقية، إلا أن مجال الدالة في المثال 3 هو مجموعة أعداد الحساب ومدى الدالة هو مجموعة الأعداد الصحيحة على المستقيم.

مثال 4 من الحياة اليومية المتتاليات الحسابية على شكل دوال

دعوات ترسل عائشة دعوات بريدية لحضور حفل افتتاح معرض الأزياء الذي أقامته. المتتالية الحسابية هي 0.42 AED و0.84 AED و1.26 AED و1.68 AED تمثل تكلفة الطوابع.

a. اكتب دالة لتمثيل هذه المتتالية.

الحد الأول، a_1، هو 0.42. أوجد الفرق المشترك.

0.42 0.84 1.26 1.68

+0.42 +0.42 +0.42

الفرق المشترك هو 0.42.

$a_n = a_1 + (n-1)d$ صيغة الخاص بالحد n

$= 0.42 + (n-1)0.42$ $a_1 = 0.42$ و $d = 0.42$

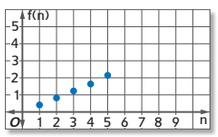
$= 0.42 + 0.42n - 0.42$ خاصية التوزيع

$= 0.42n$ حوّل لأبسط صورة

الدالة هي $f(n) = 0.42n$.

b. مثّل الدالة بيانيًا وحدد المجال.

معدل التغير للدالة يساوي 0.42. صمم جدولاً وارسم نقاطًا على التمثيل البياني.



n	$f(n)$
1	0.42
2	0.84
3	1.26
4	1.68
5	2.10

مجال الدالة هو عدد الدعوات التي ترسلها عائشة. إذًا، المجال هو {0, 1, 2, 3, ...}.

تمرين موجه

4. المسار يوضح الجدول أدناه طول وثبات رياضة الوثب الطويل التي يؤديها خالد.

الوثبة	1	2	3	4
الطول (ft)	8	9.5	11	12.5

A. اكتب دالة لتمثيل هذه المتتالية الحسابية. $g(n) = 1.5n + 6.5$

B. بعد ذلك، مثّل الدالة بيانيًا. **انظر الهامش.**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

CH03.indb 192 8/20/2016 1:57:34 AM

تحقق من فهمك

مثال 1 **حدد هل كل متتالية تمثّل متتالية حسابية أم لا. اكتب نعم أو لا. اشرح.**

1. 18, 16, 15, 13, ... لا؛ فلا يوجد فرق مشترك.
2. 4, 9, 14, 19, ... نعم؛ فالفرق المشترك هو 5.

مثال 2 **أوجد الحدود الثلاثة التالية لكل متتالية حسابية.**

3. 12, 9, 6, 3, ... 0, −3, −6
4. −2, 2, 6, 10, ... 14, 18, 22

مثال 3 **اكتب معادلة للحد n لكل متتالية حسابية. ثم ارسم تمثيلاً بيانيًا للحدود الخمسة الأولى للمتتالية.**

5–6. انظر الهامش للاطلاع على التمثيلات البيانية.

5. 15, 13, 11, 9, ... $a_n = 17 - 2n$
6. −1, −0.5, 0, 0.5, ... $a_n = 0.5n - 1.5$

مثال 4

7. **المدخرات** لدى هالة 525 AED في حساب التوفير. وبعد شهر واحد أصبح لديها 580 AED في حسابها. وفي الشهر التالي أصبح الرصيد 635 AED. وبعد الشهر الثالث أصبح الرصيد 690 AED. اكتب دالة لتمثيل المتتالية الحسابية. ثم مثّل الدالة بيانيًا.

$a(n) = 55n + 525$؛ انظر الهامش للاطلاع على التمثيلات البيانية.

التمرين وحل المسائل

مثال 1 **حدد هل كل متتالية تمثّل متتالية حسابية أم لا. اكتب نعم أو لا. اشرح.**

8. −3, 1, 5, 9, ... نعم؛ فالفرق المشترك هو 4.
9. $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{8}, \frac{7}{16}, \cdots$ لا؛ فلا يوجد فرق مشترك.
10. −10, −7, −4, 1, ... لا؛ فلا يوجد فرق مشترك.
11. −12.3, −9.7, −7.1, −4.5, ... نعم؛ فالفرق المشترك هو 2.6.

مثال 2 **أوجد الحدود الثلاثة التالية لكل متتالية حسابية.** انظر ملحق إجابات الوحدة 3 المتعلق بالتمثيلات البيانية.

12. 0.02, 1.08, 2.14, 3.2, ... 4.26, 5.32, 6.38
13. 6, 12, 18, 24, ... 30, 36, 42
14. 21, 19, 17, 15, ... 13, 11, 9
15. $-\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1, \ldots$ $1\frac{1}{2}, 2, 2\frac{1}{2}$
16. $2\frac{1}{3}, 2\frac{2}{3}, 3, 3\frac{1}{3}, \ldots$ $3\frac{2}{3}, 4, 4\frac{1}{3}$
17. $\frac{7}{12}, 1\frac{1}{3}, 2\frac{1}{12}, 2\frac{5}{6}, \ldots$ $3\frac{7}{12}, 4\frac{1}{3}, 5\frac{1}{12}$

مثال 3 **اكتب معادلة للحد n للمتتالية الحسابية. ثم ارسم تمثيلاً بيانيًا للحدود الخمسة الأولى في المتتالية.**

18. −3, −8, −13, −18, ... $a_n = -5n + 2$
19. −2, 3, 8, 13, ... $a_n = 5n - 7$
20. −11, −15, −19, −23, ... $a_n = -4n - 7$
21. −0.75, −0.5, −0.25, 0, ... $a_n = 0.25n - 1$

مثال 4

22. **المتنزهات الترفيهية** أمضت خديجة وصديقاتها يومًا في إحدى المتنزهات الترفيهية. في الساعة الأولى، ركبن لعبتين. وبعد ساعتين، ركبن 4 ألعاب. ثم ركبن 6 ألعاب بعد 3 ساعات.

a. اكتب دالة لتمثيل المتتالية الحسابية. $a(n) = 2n$

b. مثّل الدالة بيانيًا وحدد المجال. انظر ملحق إجابات الوحدة 3.

23. **استخدام النماذج** يوضح الجدول مقدار ما يتقاضاه ماجد من وظيفة مشرف مخزن الألواح الخشبية.

طول قطع ألواح خشبية متاس 4×2 بالقدم الخطية	10	20	30	40	50	60	70
المبلغ المدفوع في العمولة (AED)	8	16	24	32	40	48	56

a. اكتب دالة لتمثيل عمولة ماجد. $a(n) = 0.80n$

b. مثّل الدالة بيانيًا وحدد المجال. انظر ملحق إجابات الوحدة 3.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	المهمة	خيار اليومين	
AL مبتدئ	8–23, 32, 34, 36–55	37–40 , فردي 9–23	32, 34, 36, 41–55 , زوجي 8–22
OL أساسي	24–32, 34, 36–55, فردي 9–23	8–23, 37–40	24–32, 34, 36, 41–55
BL متقدّم	24–49، (اختياري: 50–55)		

3 تمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 1-7 للتحقق من الاستيعاب.

استخدم المخطط في أسفل هذه الصفحة لتخصيص مهام لطلابك.

تنبيه للتمرين

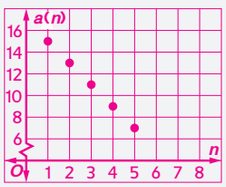
ورق التمثيل البياني سيحتاج الطلاب إلى ورق تمثيل بياني للإجابة عن التمارين 5–7, 18–21, 22–23, 50–55.

تدريس الممارسات الرياضية

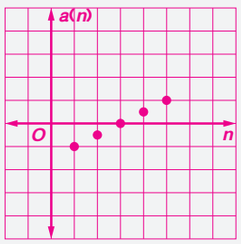
التمثيل يستطيع الطلاب المتفوقون في الرياضيات تطبيق معلوماتهم في الرياضيات لحل المشكلات التي تنشأ في مكان العمل. في التمرين 23، شجّع الطلاب على اختبار الدالة عن طريق التعويض.

إجابات إضافية

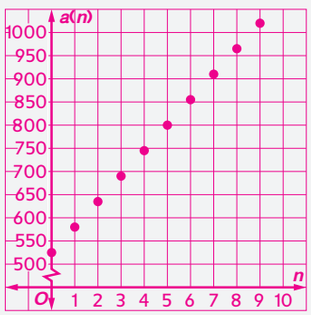
5.



6.



7.



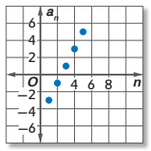
CH03.indb 193 8/20/2016 1:57:35 AM

تدريس الممارسات الرياضية

المثابرة يبدأ الطلاب المتفوقون في الرياضيات بشرح معنى المسألة لأنفسهم ويبحثون عن نقاط البدء لحلها. في التمرين 33، ذكّر الطلاب بأن المتتالية حسابية. شجعهم على تطبيق تعريف المتتالية الحسابية.

34. الإجابة النموذجية: B مجال الدالة الموصوفة بواسطة $Ax + By = C$ هو مجموعة تضم جميع الأعداد الحقيقية، والمدى إما أن يكون مجموعة تضم جميع الأعداد الحقيقية أو مجموعة تضم عددًا واحدًا فقط عندما يكون التمثيل البياني مستقيمًا أفقيًا. بالنسبة للمتتالية الحسابية، فإن المجال هو مجموعة تضم جميع أعداد العد. المدى سيكون C مجموعة منفصلة لا نهائية من الأعداد الحقيقية إذا كان $d \neq 0$. إذا كان $d \neq 0$، فسيكون المدى $\{a_1\}$.

24. التمثيل البياني هو تمثيل لمتتالية حسابية.



a. اذكر الحدود الخمسة الأولى. $-3, -1, 1, 3, 5$

b. اكتب الصيغة الخاصة بالحد n. $a_n = 2n - 5$

c. اكتب الدالة. $f(n) = 2n - 5$

25. **الجرائد** تتقاضى إحدى الجرائد المحلية الرسوم بحسب عدد الكلمات الموجودة في الإعلان. اكتب دالة لتمثيل تكاليف الإعلان. $f(n) = 0.25n + 5$

الإعلان في صحيفة الاتحاد	
AED 7.50 كلمات 10	AED 10.00 كلمة 20
AED 8.75 كلمة 15	AED 11.25 كلمة 25

26. الحد الرابع للمتتالية الحسابية هو 8. إذا كان الفرق المشترك يساوي 2، فما هو الحد الأول؟ 2

27. الفرق المشترك للمتتالية الحسابية يساوي 5−. إذا كان a_{12} يساوي 22، فما هي قيمة a_1؟ 77

28. الحدود الأربعة الأولى للمتتالية الحسابية هي 4, 12, 20, 28. أي حدود المتتالية هو 36−؟ 9

29. **السيارات** قراءة عداد المسافة في سيارة جمال هي 24,521 ميلاً. فإذا كان جمال يقود مسافة 45 ميلاً يوميًا، فكم ستبلغ قراءة العداد في 25 يومًا؟ 25,646

30. **الكتب السنوية** يعمل فريق عمل الكتب السنوية على تفريغ صندوق الكتب السنوية للمدرسة. تمثل المتتالية الحسابية ...248, 259, 270, 281 إجمالي وزن الصندوق بالأوقية كلما تم إخراج كتاب من الصندوق.

a. اكتب دالة لتمثيل هذه المتتالية. $f(n) = -11n + 292$

b. حدد وزن كل كتاب. 11 oz

c. إذا بلغ وزن الصندوق 11 أونصة على الأقل وهو فارغ و292 وهو ممتلئ، فكم عدد الكتب التي كانت في الصندوق؟ 25

31. **الرياضة** للتدريب لسباق المارائون القادم، تخطط نسرين للركض مسافة 3 أميال يوميًا في الأسبوع الأول ثم زيادة المسافة اليومية بنحو نصف ميل في كل أسبوع من الأسابيع التالية.

a. اكتب معادلة لتمثيل الحد n للمتتالية. $A_n = 2.5 + 0.5n$

b. في حالة استمرار النمط، ففي أي أسبوع ستركض 10 أميال في اليوم الواحد؟

c. هل من المعقول التفكير أن هذا النمط سيستمر إلى ما لا نهاية؟ اشرح.

الإجابة النموذجية: لا؛ فعدد الأميال التي سيتم ركضها يوميًا سيصبح في النهاية غير معقول.

مسائل مهارات التفكير العُليا استخدام مهارات التفكير العليا

32. **مسألة غير محددة الإجابة** ابتكر متتالية حسابية ذات فرق مشترك مقداره 10−

الإجابة النموذجية: ... ,28− ,18− ,8− ,2

33. **المثابرة في حل المسائل** أوجد قيمة x التي تجعل $x + 8, 4x + 6$ و3x أول ثلاثة حدود للمتتالية الحسابية. 1−

34. **الاستنتاج** قارن وبيّن الفرق بين مجال ومدى الدوال الخطية الموصوفة بواسطة $Ax + By = C$ and $a_n = a_1 + (n - 1)d$.

35. **مسألة تحفيزية** حدد أي متتالية تمثّل متتالية حسابية. اكتب نعم أو لا. اشرح. إذا كانت الإجابة نعم، فأوجد الفرق المشترك والحدود الثلاثة التالية.

a. $2x + 1, 3x + 1, 4x + 1, \ldots$ **انظر الهامش.** **b.** $2x, 4x, 8x, \ldots$ **انظر الهامش.**

36. **الكتابة في الرياضيات** ما أوجه الشبه أو الاختلاف بين الرسومات البيانية للمتتاليات الحسابية والدوال الخطية؟ **انظر الهامش.**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

194 | الدرس 3-5 | المتتاليات الحسابية على شكل دوال خطية

CH03.indb 194 8/20/2016 1:57:37 AM

تمرين على الاختبار المعياري

37. إجابة موزعة يقدر سكان ويسترفيل بحوالي 35,000 نسمة. ويزداد عدد السكان سنويًا بنحو 400 نسمة. يمكن تمثيل هذه الزيادة بواسطة الدالة التالية، حيث تمثل n عدد السنوات من الآن، بينما تمثل p عدد السكان.

$$p = 35{,}000 + 400n$$

في أي عدد من الأعوام سيصل عدد سكان ويسترفيل إلى 38200 نسمة تقريبًا؟ **8**

38. ما العلاقة التي تشكّل دالة؟ **D**

A $\{(-5, 6), (4, -3), (2, -1), (4, 2)\}$

B $\{(3, -1), (3, -5), (3, 4), (3, 6)\}$

C $\{(-2, 3), (0, 3), (-2, -1), (-1, 2)\}$

D $\{(-5, 6), (4, -3), (2, -1), (0, 2)\}$

39. اكتب الصيغة الخاص بالحد n للمتتالية الحسابية. **H**

$-7, -4, -1, 2, \ldots$

F $a_n = 3n - 4$

G $a_n = -7n + 10$

H $a_n = 3n - 10$

J $a_n = -7n + 4$

40. الإحصاء استلم الفصل درجات اختبار ACT التالية. ما الفرق بين المتوسط والمنوال في الدرجات؟ **D**

18, 26, 20, 30, 25, 21, 32, 19, 22, 29, 29, 27, 24

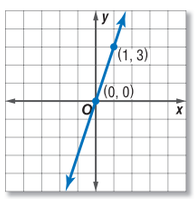
A 1 **C** 3

B 2 **D** 4

مراجعة شاملة

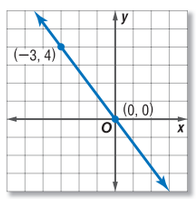
عيّن ثابت التغير لكل تغير طردي. ثم أوجد ميل المستقيم المار بكل زوج من النقاط. (الدرس 3-4)

41.



3, 3

42.



$-\frac{4}{3}, -\frac{4}{3}$

أوجد ميل المستقيم المار بكل زوج من النقاط. (الدرس 3-3)

43. $(5, 3), (-2, 6)$ $-\frac{3}{7}$

44. $(9, 2), (-3, -1)$ $\frac{1}{4}$

45. $(2, 8), (-2, -4)$ **3**

أوجد حل كل من المعادلات التالية. تحقق من إجابتك. (الدرس 3-2)

46. $5x + 7 = -8$ **−3**

47. $8 = 2 + 3n$ **2**

48. $12 = \frac{c - 6}{2}$ **30**

49. الرياضات أكثر الألعاب الرياضية شيوعًا في مدرسة البنات الثانوية هي كرة السلة والبيسبول. اكتب معادلة واستخدمها لإيجاد الفرق بين عدد الفتيات اللاتي يلعبن كرة السلة وعدد الفتيات اللاتي يلعبن كرة البيسبول. (الدرس 1-2)

كرة البيسبول
369,000 فتاة

كرة السلة
453,000 فتاة

الإجابة النموذجية: $453000 - 84000 = 369000$, d

مراجعة المهارات

مثّل كل نقطة بيانيًا على نفس المستوى الإحداثي. 50–55. انظر الهامش.

50. $A(2, 5)$

51. $B(-2, 1)$

52. $C(-3, -1)$

53. $D(0, 4)$

54. $F(5, -3)$

55. $G(-5, 0)$

حقوق الطبع والتأليف محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

4 التقويم

تعيين المصطلح الرياضي اطلب من الطلاب شرح كيفية استخدام الحد الخامس عشر للمتتالية الحسابية $-3, -1, 1, 1, -3, \ldots$.

التقويم التكويني

تحقق من مدى استيعاب الطلاب للدروس 3-4 والدروس 3-5.

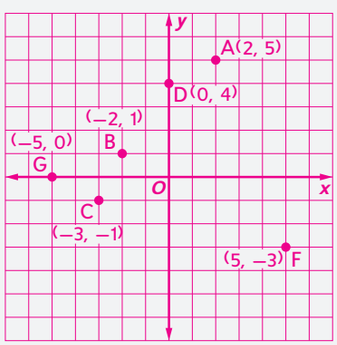
إجابات إضافية

35a. نعم؛ يوجد فرق مشترك؛ x; $5x + 1$, $6x + 1$, $7x + 1$.

35b. لا؛ إذا لم يكن $x = 0$، فلن يوجد فرق مشترك.

36. الإجابة النموذجية: إنهما متشابهان من حيث إن التمثيل البياني لحدود المتتالية الحسابية يقع على خط مستقيم. لذلك، يمكن تمثيل المتتالية الحسابية باستخدام دالة خطية. إنهما مختلفان من حيث إن المجال الخاص بالمتتالية الحسابية هو مجموعة الأعداد الطبيعية، بينما المجال الخاص بالدالة الخطية هو جميع الأعداد الطبيعية. لذلك، تُعد المتتاليات الحسابية منفصلة بينما تكون الدوال الخطية متصلة.

50–55.



التعليم المتمايز BL

التوسع أخبر الطلاب بأنك قمت بتطبيق إجراء يحدد متتالية حسابية يكون فيها الحد الرابع هو 27 والحد الثامن هو 59. اطلب من الطلاب إيجاد رقم البداية والفرق المشترك. (تلميح: لنفرض أن الحد الرابع هو الحد الأول مؤقتًا، مما سيؤدي بدوره إلى أن يصبح الحد الثامن هو الحد الخامس.) $a_1 = 3, d = 8$

CH03.indb 195 8/20/2016 1:57:39 AM

التوسع 3-5 مختبر الجبر
الاستدلال الاستقرائي والاستنتاجي

ممارسات رياضية
بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

إذا كان خالد يشعر بوعكة صحية، فربما يذهب لزيارة الطبيب. سيطرح عليه الطبيب أسئلة حول ما يشعر به، ومن المحتمل أن يجري بعض الاختبارات الأخرى. وبناءً على أعراضه، يستطيع الطبيب تشخيص مرض خالد. وهذا يُعد مثالاً "للاستدلال الاستقرائي". **الاستدلال الاستقرائي** يستخدم لاستخلاص قاعدة عامة بعد ملاحظة عدة أحداث.

لاستخدام الاستدلال الاستقرائي:

الخطوة 1 لاحظ عدة أمثلة.

الخطوة 2 ابحث عن نمط.

الخطوة 3 قم بتكوين فرضية.

الخطوة 4 قم بالتحقق من الفرضية.

الخطوة 5 استكشف النتيجة المرجحة.

باستخدام **الاستدلال الاستنتاجي**، تتوصل إلى نتيجة عن طريق قبول الحقائق. نتائج الاختبارات التي طلبها الطبيب قد تدعم التشخيص الأصلي أو تؤدي إلى استنتاج مختلف. وهذا يُعد مثالاً "للاستدلال الاستنتاجي". حيث لا توجد فرضية متضمنة. فكّر في العبارتين أدناه.

1) إذا كان اختبار البكتيريا العقدية إيجابيًا، فهذا معناه أن المريض يعاني من التهاب الحلق.

2) كانت نتيجة اختبار البكتيريا العقدية الذي أجري على خالد إيجابية.

إذا تم قبول هاتين العبارتين بوصفهما حقيقتين، فإن الاستنتاج الواضح هو إصابة خالد ببكتيريا الحلق. وهذا يُعد مثالاً "للاستدلال الاستنتاجي".

تمرينات

1. وضح الفارق بين الاستدلال الاستقرائي والاستنتاجي. ثم أعطِ مثالاً لكل منهما. **1–4. انظر ملحق إجابات الوحدة 3.**
2. عندما يستنتج المحقّق طول قامة المشتبه به من المسافة التي بين آثار الأقدام، فما نوع الاستدلال الذي يستخدمه؟ اشرح.
3. عند دراسة عدد متناهٍ من الحدود في متتالية من الأعداد وتقرر أنه متتالية حسابية، فما نوع الاستدلال الذي تستخدمه؟ اشرح.
4. لنفترض أنك قد وجدت الفارق المشترك لمتتالية حسابية بناءً على تحليل عدد متناه من الحدود، فما نوع الاستدلال الذي تستخدمه لإيجاد الحد رقم 100 في المتتالية؟
5. **المثابرة**

3^1	3^2	3^3	3^4	3^5	3^6	3^7	3^8	3^9
3	9	27	81	243	729	2187	6561	19.683

a. انسخ الجدول ثم أكمله.

b. اكتب متتالية الأعداد ممثلًا الأعداد في خانة الآحاد. **3, 9, 7, 1, 3, 9, 7, 1, 3, ...**

c. أوجد العدد الموجود في منزلة الآحاد للقيمة 3^{100}. اشرح استنتاجك . اذكر نوع استنتاجك الذي استخدمته.

انظر ملحق إجابات الوحدة 3.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

1 التركيز

الهدف استقصاء الاستدلال الاستقرائي والاستنتاجي.

نصائح للتدريس

- اطلب من الطلاب شرح أنواع الآراء الموجودة لديهم عند حل مسألة معينة. إذا وجد الطلاب صعوبة في استحضار الأفكار، فاذكر لهم موقفًا. اسألهم كيف سيحلون مسألة تتطلب فتح باب مغلق إذا كان لديهم حلقة مفاتيح تشتمل على 100 مفتاح.
- اشرح للطلاب أن أصل كلمة استقرائي هو استقرأ. واستقرأ فعل يعني استدعاء القوة أو التسبب بفعل تأثير معين ، أو للتسبب في تكوّن . بعد أن يقرأ الطلاب وصف الاستدلال الاستقرائي، اطلب منهم الربط بين مبدأ الاستدلال الاستقرائي وتعريف كلمة استقرأ.
- اشرح للطلاب أن أصل كلمة استنتاجي هو استنتج. واستنتج هو فعل يعني الاستنتاج من مبدأ عام. اطلب من الطلاب الربط بين مبدأ الاستدلال الاستنتاجي وتعريف الكلمة استنتج.

2 التدريس

العمل في مجموعات تعاونية

قسّم الطلاب إلى مجموعات مكونة من ثلاثة أو أربعة طلاب. اطلب من المجموعات مساعدة بعضها البعض لإكمال التمرينين 1 و 2.

اطرح السؤال التالي:

- ما المقصود بالفرضية؟ هي تخمين بناء على معلومات غير كاملة

تمرين اطلب من الطلاب إكمال التمارين 5–3.

3 التقويم

التقويم التكويني

اسأل الطلاب عما إذا كانوا يتنبؤون بالحد التالي في متتالية من الأعداد عن طريق التجربة والخطأ، أم عن طريق تفسير المعطيات المتوفرة باستخدام مجموعة من القواعد.

من الشيء الملموس إلى المجرد

استخدم التمرينين 3 و 4 لسد الفجوة بين استخدام الاستدلال الاستقرائي والاستنتاجي في أحداث معينة واستخدام هذا النوع من الاستدلال لحل المسائل المرتبطة بالمتتاليات الجبرية.

تدريس الممارسات الرياضية

الفرضيات بمقدور الطلاب المتفوقين في الرياضيات فهم واستخدام الفرضيات والتعريفات والنتائج المثبتة سابقًا في إنشاء الفرضيات. في التمرين 5، اطلب من الطلاب أن يعملوا في مجموعات ثنائية لمناقشة استنتاجهم.

CH03.indb 196 8/20/2016 1:57:39 AM